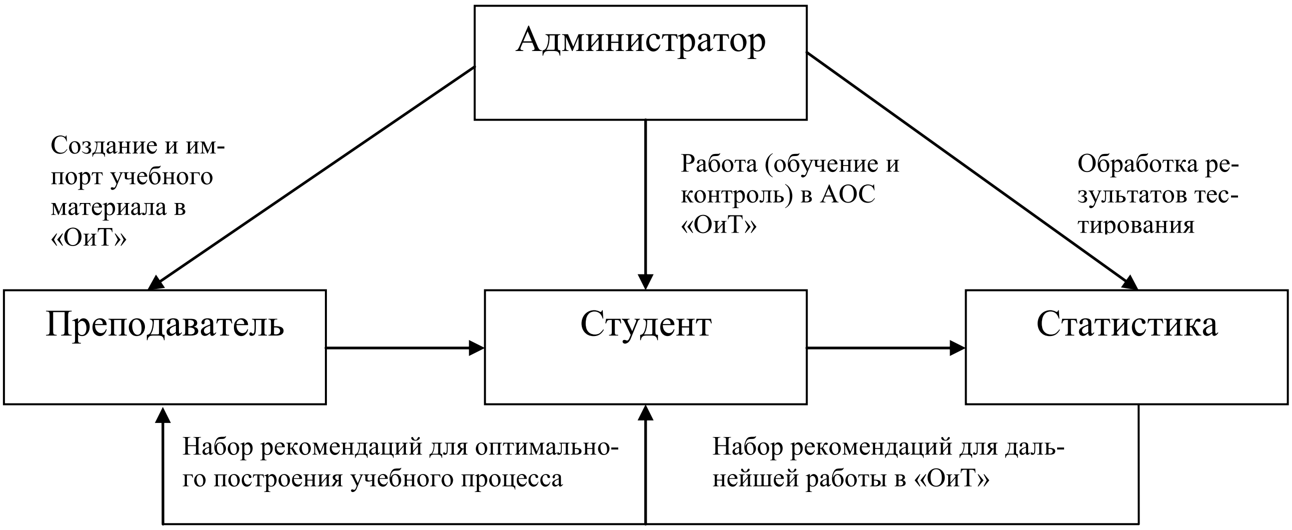


Рисунок. Взаимодействие схема системы «Обучение и тестирование»

Предполагается разработка модуля «Самостоятельная работа студента», который позволит студенту изучать материал по имеющимся дисциплинам без непосредственного участия преподавателя, в удобное для студента время. Он будет полностью совместим с автоматизированной обучающей системой «Обучение и Тестирование 3.0», что в свою очередь позволит преподавателю анализировать самостоятельную работу студентов.

- Гладышева, М.М., Романов П.Ю. Моделирование системы формирования исследовательских умений будущих инженеров-программистов // Вестник Челябинского государственного педагогического университета. – Челябинск, 2007
- Польщиков А.В., Усманов И.Ф. Современное образование. Автоматизированные обучающие системы. Сборник статей VI Всероссийской научно-практической конференции-конкурса. «Технологии Microsoft в теории практике программирования», г. Томск, ТПУ, 2009.

Попов К.А.
Popov K.A.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ MATHCAD ПРИ ИЗУЧЕНИИ КРИВЫХ
USING OF MATHCAD IN STUDY OF CURVES

popovca@yandex.ru
Волгоградский государственный педагогический университет
г. Волгоград

В статье приведены варианты построения кривых, не имеющих явного вида в декартовой системе координат.

We present variants for constructing the curves that do not have the explicit form in the Cartesian coordinate system.

Практически все преподаватели математики, работающие со студентами первых курсов, сталкиваются с проблемой непонимания материала, связанного с исследованием свойств параметрически заданных функций, неоднозначных функций и работой с функциями в полярных координатах. Причем данная проблема характерна для студентов любого вуза и технического, и педагогического и экономического профиля. Связано это с тем, что в школе функция определяется как взаимно однозначное соответствие между двумя переменными. Этот стереотип очень тяжело изменить.

Одним из наиболее эффективных средств решения проблемы представляется интеграция в курс математики («Высшей математики» или «Математического анализа») элементов информационных технологий, использующих ресурсы математического пакета Mathcad. Mathcad прост в использовании и позволяет строить графики функций в различных системах координат, что делает возможным быстрое освоение навыков работы с интерфейсом программы и быстрое построение графиков функций практически любой сложности.

Кроме того, часто работу по построению моделей в Mathcad начинают с построения наиболее простых с позиции используемого математического аппарата объектов – кривых. Простота математики здесь заключается в том, что математические кривые уже сами по себе являются моделями каких-либо объектов или процессов. Поэтому построение компьютерной модели заключается лишь в интерпретации существующей математической модели и ее графическом отображении.

Рассмотрим в качестве примера построение окружности с центром в начале координат и радиусом R.

Всем известное со школы уравнение окружности имеет вид:

$$x^2 + y^2 = R^2.$$

Но из того же школьного курса математики мы знаем, что одному значению абсциссы соответствуют два значения ординаты, отличающиеся только знаком, равные по модулю. То есть, уравнение, описывающее окружность, не является функциональной зависимостью в «традиционном» понимании термина «функция». При этом следует отметить, что Mathcad оперирует именно «традиционными» функциями и не строит функции, заданные в общем виде уравнением $F(x, y) = 0$.

Таким образом, для построения окружности мы должны решить задачу о переходе от уравнения в общем виде к уравнению или системе уравнений, которые позволили бы построить окружность, используя арсенал стандартных функций оболочки. Данная задача может быть решена несколькими способами.

Первый вариант решения может состоять в приведении уравнения кривой к явному виду, то есть, необходимо преобразовать (если это возможно) исходное уравнение к виду $y = f(x)$. Для уравнения окружности это будет выглядеть следующим образом.

$$x^2 + y^2 = R^2,$$

$$y^2 = R^2 - x^2,$$

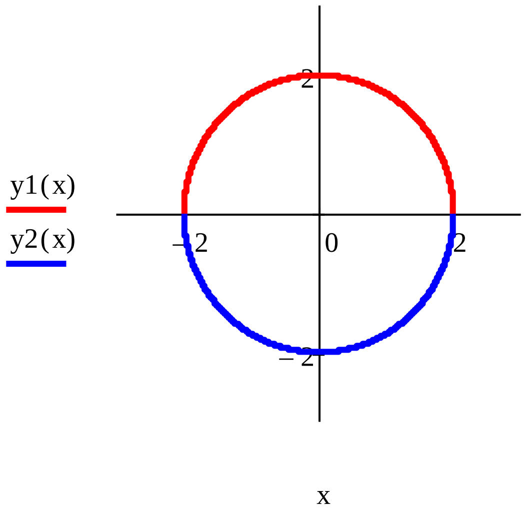
$$y = \pm\sqrt{R^2 - x^2}.$$

Мы получили пару функций: $y1(x) = \sqrt{R^2 - x^2}$ и $y2(x) = -\sqrt{R^2 - x^2}$, определенных на множестве $x \in [-R, R]$. Остается только построить графики этих функций.

Листинг 1.

$$R := 2 \quad x := -R, -R + 0.001 .. R$$

$$y1(x) := \sqrt{R^2 - x^2} \quad y2(x) := -\sqrt{R^2 - x^2}$$



Таким образом, мы построили окружность заданного радиуса, используя представление уравнения окружности в виде пары функций. При этом происходит «сшивание» графиков функций в единый график неоднозначной функции.

Другой метод построения окружности может быть сведен к параметризации исходного уравнения. При этом необходимо представить переменные x и y в виде функций какого-либо параметра. В случае окружности в качестве параметра удобно взять значение угла наклона вектора, соединяющего начало координат (центр окружности) с точкой, лежащей на окружности. В этом случае координаты точек окружности будут задаваться системой уравнений:

$$\begin{cases} x(t) = R\cos(t), \\ y(t) = R\sin(t). \end{cases}$$

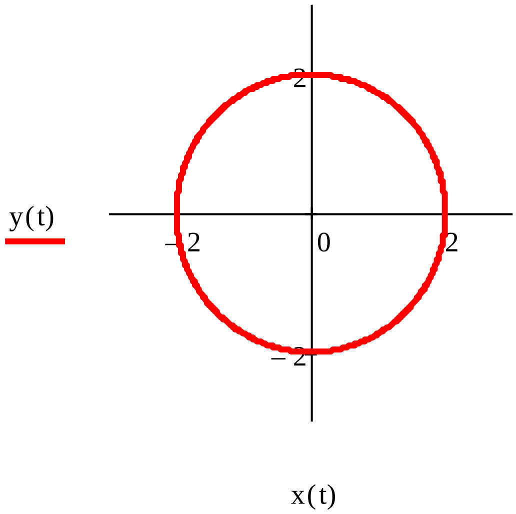
Угол наклона может принимать произвольные значения, но актуальными в рамках нашей задачи будут лишь значения принадлежащие произвольному отрезку множества действительных чисел длиной 2π, например, $t \in [0, 2\pi]$.

Теперь надо построить график параметрически заданной функции.

Листинг 2.

$R := 2 \quad t := 0, 0.01 .. 2 \cdot \pi$

$x(t) := R \cdot \cos(t) \quad y(t) := R \cdot \sin(t)$



Отметим, что приведенный выше вариант параметризации уравнения окружности не является единственным.

Последний вариант интерпретации математической модели для построения на компьютере будет состоять в переходе от декартовой системы координат к полярной. В этом случае переменные x и y представляются в виде функций расстояния от начала координат и полярного угла.

$$\begin{cases} x = \rho\cos\varphi, \\ y = \rho\sin\varphi. \end{cases}$$

Подставляем данные выражения в уравнение окружности и получаем.

$$\rho^2\cos^2\varphi + \rho^2\sin^2\varphi = R^2,$$

$$\rho^2\left(\cos^2\varphi + \sin^2\varphi\right) = R^2,$$

$$\rho^2 = R^2,$$

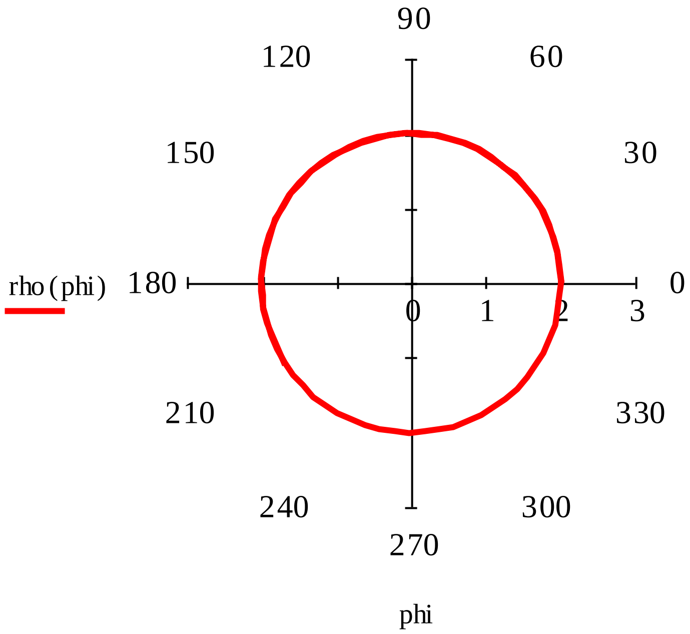
$$\rho = R.$$

Видим, что уравнение окружности вырождается в тождественное равенство радиус-вектора значению радиуса окружности. Соответственно, значения полярного угла не ограничиваются и могут быть выбраны произвольно.

Строим модель в полярных координатах.

Листинг 3.

```
R := 2
phi := 0,0.1..10
rho(phi) := R
```



Таким образом, кривые на плоскости могут быть построены с использованием трех несколько отличающихся друг от друга подходов. Но эти подходы взаимно дополняют друг друга, позволяя путем несложных математических преобразований (схема 1) строить графики самых разных функций.

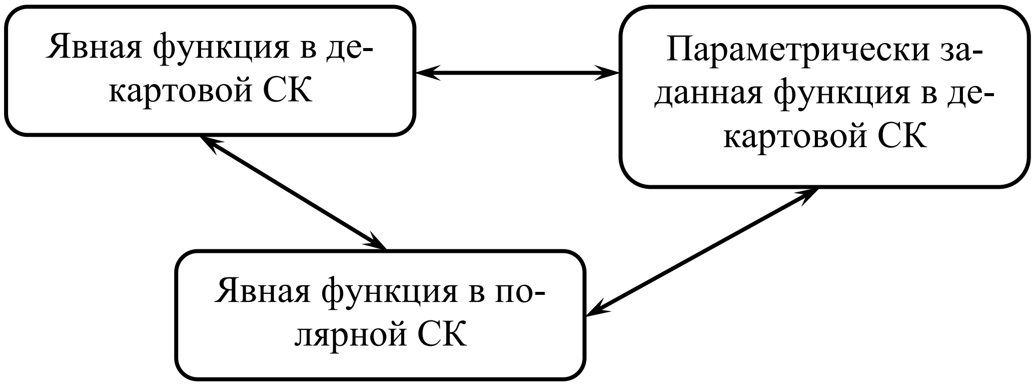


Схема 1. Варианты преобразования функций для интерпретации средствами Mathcad.

Соответственно, именно так и строятся графические модели многих реальных процессов и явлений. В приложении к математике так строятся астроида, циклоида, строфоида, конхоида, циссоида, кардиоида, улитка Паскаля, спираль Корню и много других кривых.